Espaces hermitiens

→ $\langle x,y\rangle$ pas pareil qu'en $\mathbb{R}$-ev

→ Cauchy-Schwarz valable dem : $|\langle x,y\rangle e^{i\theta}| = \langle x,y\rangle \dots$
Pythagore, minko ....

→ S.O, SON (GOKU) ....

→ $H = \{\lambda_1 y_1 + \dots + \lambda_n y_n = 0\}$ hyperplan admet

$X = \begin{pmatrix} \overline{\lambda_1} \\ \vdots \\ \overline{\lambda_n} \end{pmatrix}$ comme normale.

→ Schmidt.

classique → G groupe fini abélien → $(\chi)_{\chi \in \mathcal{F}_{hom}(G,\mathbb{C})}$ est une BON
Le revoir   2 à 2 $\neq$

p8 → $u \in U(E) \Rightarrow \mathrm{spec}(U) \subset S^1$ + autre.
(O(E) en hermi)

$u \in U(E) \Leftrightarrow u$ DZ en BON (⚠ que sur $\mathbb{C}$)
dem : rec.

→ orientation d'une base ($e \sim f \Leftrightarrow \det_{(e)} f$) : $\sim$ est une relation d'équivalence avec 2 classes.

Déf → Produit vectoriel : déf $\forall x, y \in E$ $\forall z \in E$

$[x, y, z] = \langle x \wedge y, z \rangle$ (bien définie)

preuve : $z \mapsto [x, y, z]$ forme linéaire

→ Décomposition de Cartan :

$\forall A \in GL_n(\mathbb{R})$ $\exists ! (O, T) \in O_n(\mathbb{R}) \times \mathcal{T}_n^{+}$ base des colonnes

$A = OT$ base can. ; SCHMIDT ; base de Schmidt de e_i

idem : base $(\varepsilon_i) \to (e_i) \xrightarrow{T_0} (f_i)$

ortho

→ Hadamard : $\forall (x_1, \dots, x_n) \in E^n$

$$|[x_1, \dots, x_n]| \leqslant \prod_{k=1}^{n} \|x_k\|_2$$

égalité ssi $(x_1, \dots, x_n)$ est ortho

voir Schmidt

→ Matrice de Gram | chmicha |

$$G(x_1, \dots, x_p) = [\langle x_i, x_j \rangle]_{1 \leqslant i,j \leqslant p} = M$$

* $A = [x_i]_{(\varepsilon) \to \mathrm{can}}$: $G(x_1, \dots, x_p) = {}^tAA$ → calcul direct
* $\left\|\sum_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right\|^2 = {}^t\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} M \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$ → idem
* $\mathrm{spec}\, M \subset \mathbb{R}^+$ → idem / appliquer la formule
* $\det M > 0 \iff (x_i)$ libre → $\det M = \det A^2$ ✓
* $G(x_1, \dots, x_n) = G(y_1, \dots, y_n) \iff \exists u \in O(E)\ \forall i\ u(x_i) = y_i$

→ $x_1, \dots, x_p$ libre, $F = \mathrm{Vect}(x_1, \dots, x_p)$, $a \in E$

$$d(a,F)^2 = \frac{|G(a_1, x_1, \dots, x_p)|}{|G(x_1, \dots, x_p)|}$$

dem : calcul direct, decomposer $a_1 = a_F + a_{F^\perp}$